## ISSN: 0120-4327, ISSN Electrónico: 2216-0116, Universidad Mariana, San Juan de Pasto, Nariño, Colombia, 2016.

# Análisis del comportamiento dinámico de los elementos mecánicos de vehículos tipo Fórmula\*

Cédric Jacques Duquesne Malsergent\*\*<sup>™</sup>
Edgar Fernando Parra Ortega\*\*\*
Oscar German Ramos Ordoñez\*\*\*\*
Luis Eduardo Enríquez Ordoñez\*\*\*\*\*

**Cómo citar este artículo / To reference this article / Para citar este artigo:** Duquesne, C., Parra, E., Ramos, O. y Enríquez, L. (2016). Análisis del comportamiento dinámico de los elementos mecánicos de vehículos tipo Fórmula. *Revista UNIMAR*, 34(2), 253-268.

Fecha de recepción: 19 de julio de 2016 Fecha de revisión: 12 de septiembre de 2016 Fecha de aprobación: 09 de diciembre de 2016

El objetivo principal de la investigación fue generar conocimientos precisos sobre las variables mecánicas que influyen sobre el comportamiento dinámico de un vehículo tipo Fórmula. Mediante un análisis cualitativo basado en la observación y la experiencia se logró identificar qué parámetros determinan el comportamiento del vehículo, y a través de un análisis cuantitativo, basado en una investigación bibliográfica, permitió deducir las relaciones entre los parámetros. Como resultado se obtuvo un modelo matemático de las ecuaciones que describe el comportamiento dinámico de los elementos mecánicos de transmisión de cargas de los vehículos tipo Fórmula, que permite analizar la influencia de cada parámetro sobre su desempeño dinámico general. Este modelo podrá ser utilizado para tomar decisiones de diseño y de puesta a punto para mejorar el desempeño de este tipo de vehículos, en función del circuito y de las condiciones exteriores.

Palabras clave: dinámica de vehículos, diseño mecánico, modelado matemático, vehículo fórmula.

# Analysis of the dynamic behavior of the mechanical elements of type-Formula vehicles

The main objective of the research was to generate precise knowledge about the mechanical variables that influence the dynamic behavior of a Formula-type vehicle. A qualitative analysis based on observation and experience was able to identify which parameters determine the behavior of the vehicle, and the quantitative analysis, based on a bibliographical research, allowed deducing the relationships between the parameters. The result gave a mathematical model of the equations describing the dynamic behavior of the mechanical

<sup>\*</sup>Artículo Resultado de Investigación. En este artículo se presenta los resultados de la primera fase del proyecto de investigación aplicada titulado: Análisis y simulación asistida por computadora del comportamiento dinámico de los elementos mecánicos de transmisión de cargas y de potencia, aplicada a los vehículos de tipo Fórmula, desarrollada desde el 2 de febrero de 2015 hasta el 30 de diciembre de 2015 en el SENA, Centro Internacional de Producción Limpia LOPE; además, algunos de los aspectos expuestos, se encuentran vinculados al diseño y manufactura de vehículos tipo Fórmula 100% Eléctricos.

<sup>\*\*™</sup> Ingeniero Mecánico; candidato a Magíster en Diseño y Gestión de Proyectos Tecnológicos. Instructor Ciencias Fundamentales SENA; Investigador Dinámica de Vehículos SENA. Correo electrónico: ced.duquesne@misena.edu.co

<sup>\*\*\*</sup>Ingeniero Industrial; Especialista Tecnológico en Diseño Mecatrónico; Tecnólogo en Mecatrónica; candidato a Magíster en Diseño y Gestión de Proyectos Tecnológicos. Instructor Diseño de Producto SENA; Docente Institución Universitaria CESMAG, San Juan de Pasto, Nariño, Colombia. Correo electrónico: efparra1@misena.edu.co

<sup>\*\*\*\*</sup>Economista; Administrador de Empresas; Administrador Financiero; Especialista en Docencia Universitaria; Especialista en Administración y Gestión Empresarial; Especialista en Gerencia de Negocios Internacionales; Especialista en Finanzas; Magíster en Gerencia y Asesoría Financiera. Líder SENNOVA, Centro Internacional de Producción Limpia LOPE SENA regional Nariño; Docente Universidad de Nariño, San Juan de Pasto, Nariño, Colombia. Correo electrónico: oramoso@sena.edu.co / ogro2111@gmail.com

<sup>\*\*\*\*\*</sup>Zootecnista; Especialista en Ingeniería de Sistemas Aplicados a Sistemas de Producción; Magíster en Ciencias Agrarias énfasis en Producción Animal. Instructor Producción Pecuaria, SENA; Coordinador de Formación Profesional, Centro Internacional de Producción Limpia LOPE, SENA Regional Nariño, San Juan de Pasto, Nariño, Colombia. Correo electrónico: lenriquez@sena.edu.co

elements of load transmission of type-Formula vehicles, which allows analyzing the influence of each parameter on its overall dynamic performance. This model can be used to make design and set-up decisions to improve the performance of this type of vehicle, depending on the circuit and external conditions.

Key words: Vehicle dynamics, mechanical design, mathematical modeling, Formula vehicle.

# Análise do comportamento dinâmico dos elementos mecânicos dos veículos tipo Fórmula

O objetivo principal da pesquisa foi gerar conhecimento preciso sobre as variáveis mecânicas que influenciam o comportamento dinâmico de um veículo tipo- Fórmula. Uma análise qualitativa, baseada na observação e na experiência, foi capaz de identificar quais parâmetros determinam o comportamento do veículo e a análise quantitativa, com base em pesquisa bibliográfica, permitiu deduzir as relações entre os parâmetros. O resultado deu um modelo matemático das equações que descrevem o comportamento dinâmico dos elementos mecânicos de transmissão de carga de veículos tipo-Fórmula, o que permite analisar a influência de cada parâmetro sobre seu desempenho dinâmico global. Este modelo pode ser usado para fazer decisões de projeto e configuração para melhorar o desempenho deste tipo de veículo, dependendo do circuito e condições externas.

Palavras-chave: Dinâmica de veículo, projeto mecânico, modelagem matemática, veículo Fórmula.

### I. Introducción

"Trabajar duro por algo que no nos interesa se llama estrés, trabajar duro por algo que amamos se llama pasión"

Peter Drucker

El Servicio Nacional de Aprendizaje (SENA) es una institución pública que ofrece formación gratuita para el trabajo a millones de colombianos, mediante una estrategia de formación por proyectos, gracias a ella los estudiantes son actores de su propio aprendizaje y participan en el desarrollo social, económico y tecnológico de Colombia.

Para apoyar esta estrategia, el SENA genera continuamente programas y proyectos de responsabilidad social, empresarial, formación, innovación, internacionalización y transferencia de conocimientos y tecnologías.

En el 2010 el SENA inició el programa Fórmula SENA para fortalecer la formación de los aprendices a través del desarrollo de un prototipo, utilizando métodos de gestión de ciclo de vida de productos (PLM), cuyo producto fueron vehículos automóviles de carrera de tipo Fórmula, que compitieron en válidas nacionales organizadas entre los diferentes centros de formación del SENA.

Durante el desarrollo de este programa se pudo identificar que los vehículos de carreras tipo Fórmula presentan algunas dificultades que les impiden ganar, como por ejemplo, fallas en su desempeño que van acompañadas de pérdida de tiempo y recursos, que son provocadas por la imposibilidad de optimizar el manejo durante las carreras, las dificultades en la puesta a punto del vehículo y la dependencia de las capacidades de manejo del piloto.

Las escuderías de carreras de vehículos tipo Fórmula necesitan mejorar sus vehículos para conservar una ventaja competitiva, si no se conocen bien las variables mecánicas que influyen sobre el comportamiento del vehículo, no se podrán tomar decisiones de cambios para mejorarlo, como resultado los cambios se harán sin fundamentos y no se tendrá la certeza de sus consecuencias sobre el desempeño del vehículo.

En vista de ello, se plantea identificar los parámetros mecánicos que influyen directamente sobre el comportamiento de los vehículos de tipo Fórmula, mediante la realización de un modelo matemático de los sistemas mecánicos de transmisión de cargas de dichos vehículos.

Este modelo ayudará a las escuderías a optimizar el desempeño de sus vehículos e identificar y definir

la mejor estrategia para las carreras en función del circuito y de las condiciones exteriores.

Este proyecto se limitó a cálculos teóricos y modelos virtuales realizados mediante herramientas informáticas basados en un estudio cualitativo y cuantitativo. Se tuvo en cuenta que hay un acceso limitado a la información (investigaciones realizadas, libros, etc.) relacionada con la simulación de vehículos tipo Fórmula por la competitividad que existe en esta área. En Colombia no se han publicado modelos dinámicos de vehículos tipo Fórmula con sus elementos mecánicos.

El modelado matemático es la descripción de fenómenos físicos mediante el uso de fórmulas matemáticas para expresar las variables, parámetros, entidades y relaciones que forman parte del fenómeno, permitiendo determinar su influencia y sus consecuencias. Es el fundamento de toda actividad científica.

El modelado matemático es una herramienta muy usada no solo en el caso presentado, sino también, cada vez que se requiere estudiar fenómenos con múltiples parámetros entrelazados que influyen los unos sobre los otros.

Una simulación por computadora es un modelo abstracto de un determinado sistema, realizado mediante un programa informático. En la actualidad las simulaciones por computadora se han convertido en una parte relevante y útil de los modelos matemáticos de muchos sistemas naturales de ciencias como la física, la astrofísica, la química y la biología; así como de sistemas humanos de economía, psicología y ciencias sociales. Además, se emplea en el diseño de nueva tecnología para llegar a comprender mejor su funcionamiento.

La simulación es el proceso de diseñar un modelo de un sistema real y llevar a término experiencias con él, con la finalidad de comprender el comportamiento del sistema o evaluar nuevas estrategias -dentro de los límites impuestos por un cierto criterio o un conjunto de ellos - para el funcionamiento del sistema. (Shannon, 1988, s.p.).

Además, es "una colección de entidades relacionadas, cada una de las cuales se caracteriza por atributos o

características que pueden estar relacionadas entre sí" (Fishman, 1978).

A lo largo de la historia, la simulación ha permitido solucionar problemas y lograr proezas tecnológicas, por ejemplo:

- El regreso del Apolo 13: "La simulación jugó un rol fundamental en la determinación del plan de emergencia. La nave retornó con éxito a pesar de las graves averías". (Rubin, s.f., p.).
- Los Voyagers: gracias a la simulación se pudieron establecer los mejores y más óptimos itinerarios para las naves Voyagers, se caracterizó por un mínimo consumo de energía debido al aprovechamiento que se le dio a la atracción gravitacional de los planetas (Rubin, s.f.).

En un mundo tan cambiante como el de hoy, la evolución y desarrollo de las tecnologías de la información, han venido desempeñando un papel fundamental para el desarrollo de la sociedad, lo cual ha permitido que desde la década de los 80's se hayan empezado a crear programas de simulación por computadora, desempeñando un rol importante.

La dinámica de vehículos estudia el comportamiento dinámico de los vehículos terrestres. Es una parte de la ingeniería principalmente basada en mecánica clásica, pero también puede involucrar otras áreas como química, física del estado sólido, mecánica de fluidos, ingeniería eléctrica, comunicación, psicología, teoría de control, etc.

En la actualidad se apoyan en la mecánica clásica todos aquellos fundamentos teóricos de los métodos dinámicos, que son utilizados en la simulación de sistemas multicuerpo, principalmente en el planteamiento de las ecuaciones diferenciales del movimiento de sistemas de varios sólidos rígidos con restricciones.

Newton consolidó las bases de la mecánica al describir de forma completa la mecánica de un punto material sometido a fuerzas centrales.

El tema de dinámica de vehículos ha sido abordado por muchos teóricos y este se fundamenta en los estudios básicos de la mecánica. En estos aspectos, se relaciona con los modelos de ruedas en su análisis de giro desde el punto de vista de velocidades angulares. Para un estudio más analítico se hace uso de los teoremas de Euler y Newton. Para comprender básicamente el comportamiento de una rueda se requiere conceptuar su análisis vectorial de las velocidades a las cuales se ve afectada.

Los autores, en su mayoría se centran en el modelamiento cinemático de un móvil en el cual hacen una referencia global al tema de la dinámica, existiendo una interdependencia entre la cinemática y la dinámica, principalmente lo que a control se refiere.

Una situación interesante es la aplicación de herramientas analíticas usadas en robótica y que son fácilmente aplicables a un vehículo en general, máxime es el método de Newton-Euler el cual ha sido utilizado en el análisis dinámico de articulaciones con más de un grado de libertad, siendo dicha aplicación muy similar a la que se realiza en brazos robotizados.

Pese a que el modelado matemático en la actualidad ha cobrado gran importancia, se carece de información en cuanto a su aplicación para vehículos tipo Fórmula, pues el acceso a esta clase de información es muy limitado debido a la alta competencia que existe en esta área.

No obstante existe bibliografía que aborda la dinámica de vehículos automóviles en general y que sustentan el presente estudio:

- Race Car Vehicle Dynamics (Milliken W. y Milliken D., 1995).
- Fundamentals of Vehicle Dynamics (Gillespie, 1992).
- Vehicle Dynamics: Theory and Application (Jazar, 2008).
- Modelado y Simulación Dinámica de Vehículos de Competición (Correa, 2010).
- Vehicle Dynamics (Rill, 2004).
- *Theory of Ground Vehicles* (Wong, 2001).

Estos documentos hacen referencia a muchos de los parámetros que influyen sobre el comportamiento dinámico de los elementos mecánicos de transmisión de cargas de los vehículos, pero no tratan de la geometría particular de la suspensión de los vehículos tipo Fórmula.

Sin embargo, algunos manuscritos se han consultado para completar esta información:

- Étude cinématique du châssis d'un véhicule de compétition (Cariou, 2010).
- Competition Car Suspension: A Practical Handbook, Fourth Edition (Staniforth, 2006).

Los textos mencionados, tratan la geometría de la suspensión de los vehículos Fórmula pero no relacionan sus parámetros en un modelo dinámico.

En síntesis, el presente artículo pretende unificar y complementar la información encontrada en las fuentes anteriormente mencionadas, describiendo la influencia de cada variable de los elementos mecánicos de transmisión de cargas sobre el comportamiento dinámico en carrera de los vehículos tipo Fórmula.

### 2. Metodología

El estudio se orientó bajo los lineamientos de la investigación aplicada. El paradigma de la investigación fue analítico-práctico; su principal propósito fue tratar de lograr la objetividad mediante factores identificables y medibles y, aplicarlos a través de la implementación de modelos en los sistemas.

El enfoque fue mixto, debido a que se desarrollaron enfoques cualitativos y cuantitativos. Se llevó a cabo con el fin de encontrar diversos caminos que pudieran conducir la investigación a una comprensión e interpretación más amplia. Debido a que el enfoque mixto tiene como fortaleza el aporte de una perspectiva más precisa del fenómeno; dentro del proyecto de investigación se han podido clarificar e identificar las formas más apropiadas para estudiar y teorizar el problema de investigación; esto se realizó a partir de observaciones que contribuyen a producir datos más ricos y variados, debido a que son considerados como diversas fuentes y tipos de datos.

El método que se empleó en esta investigación fue el deductivo, ya que se partió de enunciados que son de carácter universal, así como de la utilización de instrumentos científicos, con el propósito de llegar a un enunciado en particular, que en este caso, se relaciona con la optimización del desempeño de un vehículo tipo Fórmula a través de la definición de una adecuada estrategia para las carreras en función del circuito y de las condiciones exteriores.

Es importante señalar que la información que se ha tratado es tanto primaria como secundaria; se acudió a técnicas específicas en la recolección de información como la observación, de igual forma se utilizaron informes y documentos elaborados con anterioridad.

Las fuentes de recolección de información primaria, son todos aquellos tipos de información que se llegan a obtener por medio de herramientas y que tienen una relación directa con el trabajo de investigación, las cuales son determinantes para el logro de los objetivos planteados en el proyecto.

Por medio de las fuentes secundarias se cuenta con la facilidad de tener acceso a información sobre trabajos en investigaciones similares que han sido realizados con anterioridad. No obstante, es necesario aclarar que en la actualidad no existe un proyecto de investigación que aborde la temática de forma completa sino parcial, por lo tanto, fueron tomados como referencia para analizar el procedimiento ejecutado, a fin de seguir un camino que permitió direccionar la investigación de la mejor manera.

Para realizar el estudio propuesto fue necesario definir en primer lugar, los conceptos y elementos a considerar, con el objetivo de evitar confusiones y conflictos al realizar el análisis y discutir los resultados. Para ello, se consultaron las referencias y se realizaron las traducciones necesarias al español. Finalmente, se plasmaron las definiciones claras y definitivas en el documento del marco conceptual del proyecto.

Para poder realizar los cálculos y analizar los resultados fue necesario definir un sistema de ejes cartesiano que expresó las fuerzas, las velocidades, las aceleraciones, las dimensiones y los ángulos durante el estudio. Muchas de las referencias consultadas presentaban diferentes normas para el sistema de ejes utilizado para los cálculos de dinámica del vehículo.

El sistema de ejes utilizado en el estudio se basó en la norma SAE J670 que define el eje X en la dirección longitudinal del vehículo, positivo en el sentido del avance, y el eje Z vertical positivo hacia abajo:

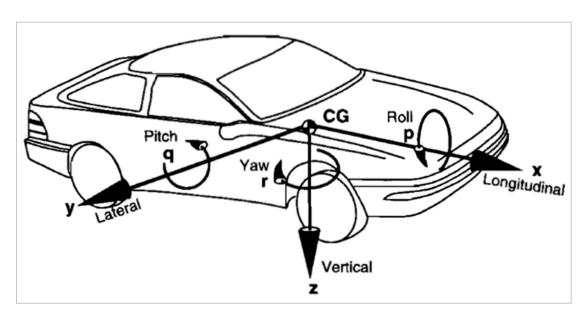


Figura 1. Sistema de ejes vehículos SAE.

Fuente: Gillespie, 1992.

Para la buena comprensión de los resultados y para la rigurosidad del proceso analítico adelantado fue necesario definir la simbología de las variables utilizada en los análisis y cálculos. Una de las mayores dificultades encontradas durante la investigación fue que en muchas de las referencias bibliográficas consultadas los nombres, símbolos y unidades utilizados entre los diferentes libros y

artículos, cambian en función de las preferencias de los autores. Considerando que en general, estos nombres son en inglés y que los símbolos no son normalizados, se tomó la decisión de escoger una simbología propia, la más coherente y clara posible que lograra unificar las simbologías encontradas en los diferentes documentos de referencia durante el estudio.

Tabla 1. Simbología utilizada

Símbolo	Unidad	Denotación (esp)	Denotation (eng)
M	kg	Masa total del vehículo	Total mass of the vehicle
g	kg. m/s <sup>2</sup>	Aceleración de la gravedad	Acceleration of gravity
L	m	Distancia longitudinal entre ejes	Wheelbase
h	m	Altura del CG respecto con el suelo	Height of CG above de ground
a	m	Distancia longitudinal del CG al eje frontal	Longitudinal distance from front axle to CG
b	m	Distancia longitudinal del CG al eje trasero	Longitudinal distance from rear axle to CG
Mf	kg	Masa del vehículo en el eje frontal	Mass of the vehicle in the front axle
Mr	kg	Masa del vehículo en el eje trasero	Mass of the vehicle in the rear axle
Θ	rad	Angulo de la pendiente o angulo de cabeceo para la medición de h	Pitch angle for the CG height
Mfθ	kg	Masa del vehículo en el eje frontal con un ángulo de cabeceo θ	Mass of the vehicle in the front axle with a pitch angle $\theta$
Mrθ	kg	Masa del vehículo en el eje trasero con un ángulo de cabeceo θ	Mass of the vehicle in the rear axle with a pitch angle $\boldsymbol{\theta}$
Rf	m	Radio de los neumáticos frontales	Front tire radius
Rr	m	Radio de los neumáticos traseros	Rear tire radius
P	N	Peso total del vehículo	Total weight of the vehicle
Fmx	N	Fuerza motriz en el contacto entre los neumáticos traseros y el suelo	Driving force on the rear tires - ground contact
Fax	N	Fuerza de arrastre aerodinámico	Aerodynamic drag force
Rx	N	Resistencia a la rodadura	Rolling resistance
a	m/s²	Aceleración	Acceleration
t	S	Tiempo transcurrido	Elapsed time

V	m/s	Velocidad lineal del vehículo (en X)	Velocity of the vehicle
ta	S	Tiempo de aceleración	Acceleration time
Xa	m	Distancia de aceleración	Acceleration distance
V0	m/s	Velocidad inicial	Initial speed
Vf	m/s	Velocidad final	Final speed
Índice	Denotación (esp)		Denotation (eng)
f	Frontal		Front
r	Trasero		Rear
х	Según el eje X		Along X axle
у	Según el eje Y		Along Y axle
Z	Según el eje Z		Along Z axle
a	Aerodinámico		Aerodynamic
Acrónimo	Denotación (esp)		Denotation (eng)
CG	Centro de Grave	dad del vehículo	Center of Gravity of the vehicle
		·	

Una vez determinados los símbolos y unidades pertinentes, se escribieron las ecuaciones que describen los diferentes aspectos del comportamiento dinámico, a partir de la información extraída de las lecturas y de las leyes y teoremas de la mecánica clásica de Newton, respetando la simbología escogida y convirtiendo las unidades al sistema internacional.

Finalmente, se utilizó la herramienta informática Matlab para representar todas las ecuaciones y unirlas en un modelo matemático global de los elementos mecánicos de transmisión de cargas de un vehículo tipo Fórmula, que permite modificar fácilmente cada variable de entrada para obtener información sobre la influencia de cada una sobre las variables de salida.

Para este modelado y su interpretación, se identificaron las variables y su posición en el cálculo:

 Variables de entrada: son las variables que se pueden modificar en entrada de los cálculos, corresponden a los parámetros modificables del vehículo como su masa, la posición de su centro de gravedad y los ángulos de la suspensión, y a las condiciones exteriores y de la pista como los radios de giro, los coeficientes de fricción y las pendientes.

- Variables intermedias: son las variables que se calculan a partir de las variables de entrada y que son necesarias para la obtención de las variables de salida, pero que no representan valores pertinentes para la interpretación por sí mismo como el peso del vehículo, la repartición de las cargas estáticas y dinámicas, las fuerzas motrices en los contactos de los neumáticos con el suelo, etc.
- Variables de salida: son las variables que definen el comportamiento del vehículo sobre las que se realiza la interpretación de los resultados como el tiempo de aceleración, la distancia de aceleración (o de frenado), la velocidad final y el factor de subviraje.

### 3. Resultados

El producto final del proyecto es un modelo teórico que permite comparar diferentes configuraciones de diseño y puesta a punto de los sistemas mecánicos de transmisión de cargas, que se podrá utilizar para optimizar el desempeño dinámico de vehículos tipo Fórmula en las diferentes situaciones a las que están sometidos, teniendo en cuenta las condiciones de manejo.

De este modelo, a continuación se muestra los parámetros a tener en cuenta para el cálculo dinámico del comportamiento de los vehículos tipo Fórmula y sus consecuencias sobre su desempeño como resultado de la investigación. Y para identificar cada uno de estos parámetros se realizó un análisis fundamental de los sistemas de suspensión y transmisión de este tipo de vehículos a través de la bibliografía relacionada, las observaciones, las mediciones y pruebas con un vehículo Fórmula en pista, con el objetivo de enfocar el estudio sobre las variables significativas. Para comparar la influencia de cada parámetro se hace variar uno por uno en el modelo teórico y se interpreta los resultados numéricos que se obtienen del comportamiento dinámico del vehículo. Para hacerlo de manera estructurada se realizó el estudio para diferentes casos definidos. Y los casos estudiados corresponden a las diferentes fases críticas de una carrera de Fórmula 1 en pista, a las que están sometidos los vehículos, ellas son: aceleración rectilínea en plano, aceleración rectilínea en pendiente positiva de 2%, frenado rectilíneo en plano, frenado rectilíneo en pendiente negativa de 2%, curva plana rápida de 300m de radio a velocidad constante y, curva plana lenta de 30m de radio a velocidad constante.

Estos casos se definieron siendo los más representativos y que permitieron comparar el desempeño en diferentes configuraciones; teniendo en cuenta los criterios de la Federación Internacional del Automóvil (FIA) en cuanto a las características de los circuitos de competición de Fórmula 1.

Los criterios que se tomaron en cuenta para cuantificar el comportamiento dinámico del vehículo obtenido en salida del modelo fueron:

 La distancia de frenado necesaria para pasar de 100 km.h<sup>-1</sup> a 0 km.h<sup>-1</sup>

$$X = \frac{Vo^2}{2 \frac{Fbt}{M}}$$

 Los tiempos de aceleración necesarios para pasar de 0 a 100 km.h<sup>-1</sup> y de 0 a 300 km.h<sup>-1</sup>

$$ta = \frac{V_f}{\frac{Fmx + Px - Fa - Rx}{M}}$$

- La velocidad máxima en curva (cargas positivas en las cuatro llantas).
- El factor de subviraje, que permite determinar el comportamiento de subviraje o sobreviraje del vehículo.

$$K = (Pf/C\alpha f - Pr/C\alpha r)/g$$

Cuando K = 0 entonces el comportamiento de la dirección es neutro.

Cuando K > 0 entonces el comportamiento de la dirección es de subviraje, lo que significa que la parte trasera del vehículo tiende a salirse hacia el exterior de la curva.

Cuando K < 0 entonces el comportamiento de la dirección es de sobreviraje, lo que significa que la parte delantera del vehículo tiende a salirse hacia el exterior de la curva.

Estos parámetros sirvieron de referencia para la comparación entre las distintas configuraciones de diseño y puesta a punto, probadas teóricamente para cada caso.

A pesar de su importancia para determinar el desempeño del vehículo por sus efectos de sustentación, las fuerzas aerodinámicas no forman parte del objeto del estudio porque se busca optimizar la configuración de los elementos mecánicos de transmisión de cargas y potencia, de los cuales la carrocería no hace parte. El análisis se realizó considerando una constante aerodinámica y un área frontal fija, pero calculando la fuerza de arrastre en función del cuadrado de la velocidad, con el fin de evitar incoherencias en los resultados. De la misma manera, para el cálculo de las cargas dinámicas longitudinales se hizo la aproximación simplificadora, pues la fuerza de arrastre se aplicó en el centro de gravedad del vehículo. Las cargas aerodinámicas verticales tienen una influencia dado que se suman al peso del vehículo para generar las fuerzas de contacto entre el neumático y el piso, aumentando el agarre y por lo tanto, las fuerzas motrices y de frenado máximas, así como la estabilidad en curva. Sin embargo, para nuestro estudio, estas fuerzas se consideran nulas por el alcance de la investigación. El estudio aerodinámico de un vehículo es un tema de investigación por sí mismo,

porque depende de muchos elementos y parámetros; sin embargo, es interesante porque influye en gran parte sobre el desempeño y por eso, se le pone mucho énfasis en las escuderías.

De la misma manera se consideró una potencia de motor constante respecto con la velocidad de rotación, porque la presente investigación no estudió los aspectos energéticos de la generación de potencia, se limitó al estudio de los elementos de transmisión.

De esta manera, se identificó que los parámetros que influyen sobre el comportamiento dinámico del vehículo son variables físicas y geométricas, propias del vehículo, y variables específicas del entorno en el cual se desempeña como se muestran a continuación:

La masa del vehículo: un vehículo es un sistema mecánico complejo, constituido por varios elementos. La masa del vehículo representa la suma de las masas de todos los elementos que constituyen el sistema, incluyendo al piloto. Para los cálculos se considera que toda la masa está localizada en un espacio puntual, representado por el centro de gravedad del vehículo.

Se debe distinguir la masa total de la masa suspendida del vehículo, que corresponde a la masa conjunta de los elementos que están soportados por la suspensión.

La masa siempre es positiva y en general para los vehículos de tipo Fórmula, el orden de grandeza es de algunos cientos de kg.

*Influencia*: la masa total del vehículo influye de dos maneras fundamentales:

- Las fuerzas de gravedad: la masa total define el peso del vehículo, el cual determina las fuerzas de reacción que se aplican desde el suelo hacia los neumáticos, y en consecuencia las fuerzas de fricción y de rodamiento entre el neumático y el suelo.
- La inercia: según la Segunda Ley de Newton, la masa "resiste" los cambios de movimiento, es decir influye de forma negativa a la vez en la aceleración y el frenado, y determina la transferencia de cargas entre los neumáticos en los casos de aceleración, frenado y viraje.

La masa es el parámetro que tiene la influencia más crítica en todos los aspectos del desempeño dinámico del vehículo. Debe ser lo más pequeña posible para permitir una mejor aceleración, un frenado más eficaz, una reactividad más rápida a los cambios de dirección, un radio de giro más cerrado y una menor resistencia al avance.

El valor mínimo de la masa está regido por la necesidad de los elementos que componen el vehículo y sus requisitos de resistencias.

Posición del centro de gravedad del vehículo: la posición del centro de gravedad se expresa por su altura respecto con el suelo y su posición longitudinal respecto a los ejes de las ruedas delanteras y traseras.

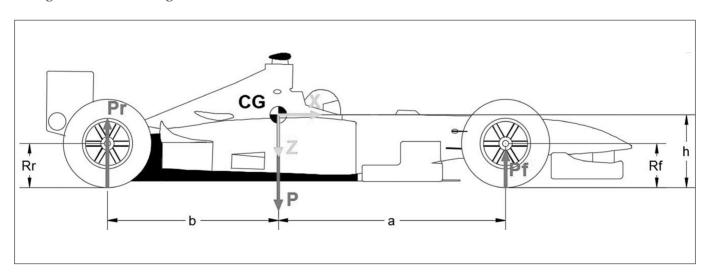


Figura 2. Posición del centro de gravedad.

El centro de gravedad siempre está situado arriba del suelo, su posición longitudinal es generalmente situada entre los ejes delanteros y traseros. Consideramos por razones de simplificación de los cálculos que la posición lateral es centrada, dado que el vehículo es simétrico respecto con el eje X.

*Influencia*: la posición del centro de gravedad influye sobre la repartición de carga entre los neumáticos del vehículo.

Para un mejor desempeño el centro de gravedad debe estar lo más cerca posible del suelo para limitar el balanceo en curva y el cabeceo en aceleración y frenado, además, es aconsejable tenerlo lo más centrado longitudinalmente posible, para un comportamiento más estable del vehículo en curva y limitar el subviraje o sobreviraje.

La posición del centro de gravedad está definida por la repartición de las masas de los elementos que componen el vehículo, por lo tanto, se debe tener en cuenta al momento de posicionar los elementos. Las decisiones que se pueden tomar en cuanto a su posición son por lo tanto, limitadas a las posibilidades que se tienen para ubicar los elementos, no obstante, se puede tomar la decisión de añadir masas de lastre en algunas posiciones específicas del vehículo para modificar su centro de gravedad, aumentando al mismo tiempo su masa total, lo cual puede representar una desventaja.

**Aceleración de la gravedad:** en la superficie de la tierra el valor promedio de la aceleración de la gravedad es de 9.81 kg.m.s<sup>-2</sup>.

Influencia: la aceleración de la gravedad entra en los cálculos del peso, que influye sobre las cargas presentes en la suspensión y en los neumáticos, y por lo tanto, sobre la rigidez de la suspensión y las fuerzas de fricción. No se puede actuar sobre el valor de la aceleración de la gravedad, sin embargo, es indispensable tenerlo en cuenta en los cálculos de dinámica.

**Distancia longitudinal entre ejes:** es la distancia en el eje X entre el eje de las ruedas delanteras y el eje de las ruedas traseras. Se considera, por la simetría de la construcción de los vehículos tipo Fórmula, que las ruedas derechas y las ruedas izquierdas son concéntricas (comparten el mismo eje de rotación).

El valor mínimo posible para esta distancia es la suma de los radios de las ruedas delanteras y traseras. En general, los valores mínimos y máximos están limitados por los reglamentos de las diferentes competencias de Fórmula en función de la categoría.

Influencia: la distancia entre ejes influye sobre la maniobrabilidad y la estabilidad del vehículo en curvas y, sobre la transferencia de cargas entre los ejes durante la aceleración y el frenado. En general, se busca un valor, el más pequeño posible para los vehículos que necesitan una buena maniobrabilidad, porque permite reducir el radio de giro.

Ancho de vía: es la distancia lateral entre los centros de contacto entre los neumáticos y el suelo en el mismo eje.

Sus valores mínimos y máximos están limitados por los reglamentos de Fórmula. Los ejes delantero y trasero pueden tener anchos de vía diferentes.

*Influencia*: el ancho de vía influye sobre la maniobrabilidad del vehículo y sobre la repartición de cargas transversales entre neumáticos interiores y exteriores durante una curva.

Tener un ancho de vía más grande permite reducir la diferencia de cargas entre los neumáticos internos y externos y por lo tanto poder tomar curvas más rápidas, por otro lado un ancho de vía reducido limita la diferencia de velocidades entre las ruedas externas e internas y reduce el deslizamiento, limitando el subviraje.

Rigidez torsional del chasis: es la relación entre el momento torsor aplicado al chasis, generalmente por las fuerzas de aceleración generadas durante el manejo o por desniveles y defectos en la vía y, el ángulo de desplazamiento del chasis.

Ningún chasis es perfectamente rígido debido a que ningún material lo es, por otro lado, se puede definir la rigidez por la elección de los materiales correctos, la geometría y mediante elementos flexibles regulables.

*Influencia*: la rigidez torsional del chasis influye sobre la repartición de cargas transversales y por lo tanto, la respuesta dinámica en curva. La rigidez torsional del chasis se puede compensar o corregir modificando la rigidez de la suspensión.

**Radio del neumático:** se define como la distancia entre el centro de la rueda y el punto de contacto entre el neumático y el suelo en el plano de simetría longitudinal de la rueda.

El rango de valores permitidos para el radio del neumático depende de la competencia a la cual participa el vehículo y de los constructores.

*Influencia*: el radio del neumático influye sobre:

- La relación entre la velocidad de rotación de la rueda y la velocidad lineal del vehículo: si el radio aumenta, la velocidad lineal aumenta.
- La relación entre el torque en el eje de la rueda y la fuerza lineal entre el neumático y el suelo: si el radio aumenta, la fuerza de motriz disminuye.

Para obtener una mejor aceleración debemos reducir el radio, pero para obtener una mayor velocidad máxima debemos aumentar el radio.

El coeficiente de fricción entre el neumático y el suelo: es la relación entre la carga aplicada en el punto de contacto del neumático con el suelo y la fuerza de fricción que el suelo aplica sobre el neumático.

Depende de los materiales y del estado de superficie de la pista y del neumático, así que de la presencia de agua o aceite.

*Influencia*: define las fuerzas máximas transmisibles por cada neumático durante la aceleración, el frenado y en curva.

Este parámetro es crítico debido a que el neumático representa el único vínculo entre el vehículo y la pista, si no cumple correctamente su función de transmitir las cargas no es posible acelerar o frenar satisfactoriamente y se pierde el control en curva.

No depende exclusivamente del neumático escogido dado que también entra en consideración el estado de la pista.

La resistencia a la rodadura: es la pérdida de energía durante la rodadura del neumático sobre el suelo debido a su elastoplasticidad. Depende del material y de la fabricación del neumático.

*Influencia*: esta fuerza siempre se opone al movimiento, por lo que ayuda durante el frenado pero reduce la aceleración.

Este parámetro se busca lo más pequeño posible, pero su reducción está limitada por la necesidad de fricción descrita anteriormente.

La geometría de la suspensión: por geometría de la suspensión se entiende los ángulos y las dimensiones de los elementos que unen los neumáticos con el chasis.

La geometría de la suspensión define la posición de los roll center, los valores para los ángulos de camber y caster, y las rigideces de la suspensión.

Estos parámetros son claves para determinar la manera como se transfieren las cargas durante las diferentes etapas del manejo, por lo tanto, siempre se deben definir primero, y en función de ellos se diseña la suspensión, que es el primer sistema que se debe diseñar en el vehículo.

**Posición roll center:** el roll center establece el punto en el que se aplican los momentos de fuerzas entre la masa suspendida y la masa no suspendida del vehículo (Milliken W. y Milliken D., 1995, p. 614).

Los roll center de cada eje pueden tener alturas diferentes, las cuales dependen de las dimensiones y ángulos de las tijeras de suspensión.

*Influencia*: define en gran parte la proporción de la transferencia de cargas longitudinales y transversales entre las ruedas interiores y exteriores, delanteras y traseras durante una curva.

Si el roll center se encuentra cerca del centro de gravedad, entonces se reduce el momento de balanceo en el roll center y por lo tanto, se limita la transferencia de cargas.

La diferencia de altura entre los roll center delantero y trasero define la repartición de carga entre los ejes durante una curva, y por lo tanto, el comportamiento de subviraje o sobreviraje.

Es el parámetro más crítico después de la masa en el caso de una curva, dado que define la proporción de cargas presentes en los contactos de los cuatro neumáticos con el suelo y por lo tanto el agarre, la fricción, el subviraje y sobreviraje.

La rigidez de la suspensión: es la relación entre las fuerzas aplicadas a los diferentes elementos de la suspensión y su desplazamiento. Se combinan las rigideces de todos los elementos de la suspensión, incluyendo los amortiguadores para definir el comportamiento elástico general del sistema. La rigidez se expresa según los diferentes ejes de translación y rotación y, se puede diferenciar entre los dos ejes del vehículo.

Influencia: la rigidez de la suspensión contribuye a determinar la proporción en la cual se reparten las cargas entre los neumáticos, por lo tanto, la reactividad del carro, así como la frecuencia propia que determina el comportamiento del vehículo al pasar un obstáculo.

Una rigidez más alta reduce los fenómenos de balanceo, cabeceo y clavado del vehículo. Se debe establecer en conjunto con la posición del roll center para definir el comportamiento del vehículo.

Diferenciando las rigideces de los ejes delantero y trasero, se puede definir una repartición de cargas acorde al comportamiento deseado según la situación.

La relación de multiplicación de la suspensión: representa la relación entre la fuerza aplicada en la rueda y la fuerza recibida por el resorte de la suspensión.

*Influencia*: actúa en conjunto con la rigidez de la suspensión, porque modificando esta relación se modifican las fuerzas recibidas por el sistema y entonces, su respuesta en desplazamiento.

En la realidad la relación de multiplicación de la suspensión varía durante el desplazamiento vertical de la rueda, pero dadas las rigideces muy elevadas de los resortes utilizados en los vehículos de tipo fórmula estas variaciones se consideran insignificantes.

El ángulo de camber: es el ángulo de inclinación entre el plano de la rueda y la vertical.

Se puede definir un camber diferente entre las ruedas delanteras y traseras.

*Influencia*: un camber negativo aumenta la zona del contacto entre los neumáticos exteriores y el suelo durante un viraje y por lo tanto, permite transmitir más carga.

Para los vehículos de carrera, el camber debe ser negativo, con el fin de aumentar el agarre en curvas y permitir tomar curvas más cerradas con mayor velocidad.

El ángulo de caster: es el ángulo de elevación lateral entre el eje de dirección de la rueda y la vertical para las ruedas delanteras.

*Influencia*: define las fuerzas aplicadas por el suelo sobre los neumáticos direccionales durante una curva, un ángulo de caster positivo permite a las ruedas volver a su posición inicial al soltar el volante, mejorando la manejabilidad.

Si el ángulo de caster es demasiado importante genera fuerzas muy grandes sobre la dirección y por lo tanto, limita la maniobrabilidad.

El ángulo de alineación: es el ángulo entre el eje longitudinal del vehículo y el plano de la rueda.

Se definió un ángulo para las ruedas delanteras y otro para las ruedas traseras.

*Influencia*: los ángulos de alineación influyen sobre las fuerzas de dirección y sobre la superficie de contacto entre los neumáticos y el suelo resultante del cabeceo durante la aceleración o el frenado.

Para vehículos de carrera, dadas las fuerzas en juego, se aconseja una alineación toe-in (convergente) para las ruedas traseras y toe-out (divergente) para las delanteras con ángulos pequeños, lo que permite compensar el efecto de divergencia provocado por la aceleración sobre la llantas traseras y el efecto de convergencia provocado por el frenado sobre las llantas delanteras.

Teniendo el modelo matemático del comportamiento dinámico de los elementos mecánicos de transmisión de cargas de los vehículos tipo Fórmula, se pretende en la próxima fase del proyecto realizar simulaciones dinámicas asistidas por computador de los modelos en 3D parametrizado de los diferentes elementos y subsistemas del vehículo.

La parametrización de los modelos 3D basada en las variables de entrada del modelo matemático, permitirá simular diferentes configuraciones de los sistemas del vehículo estudiados sin necesidad de modificar el modelo o de realizar un modelo diferente para cada configuración, dando así la posibilidad de realizar varias simulaciones sobre el mismo modelo 3D.

Como resultado adicional se destaca que el desarrollo de este proyecto de investigación generó un efecto positivo significativo en los procesos de formación empleados con los aprendices SENA del Centro Internacional de Producción Limpia LOPE, de los programas que cuentan con registro calificado en: diseño de sistemas mecánicos, diseño de productos industriales, diseño e integración de automatismos mecatrónicos, automatización industrial, diseño de elementos mecánicos para su fabricación con máquinas herramientas CNC, mejorando el uso de nuevas tecnologías y estrategias en el modelamiento matemático de variables mecánicas integradas con simulaciones dinámicas de los diseños avanzados asistidos por computador, obteniendo nuevos diseños de alto detalle en lo referente a productos o sistemas industriales.

Igualmente, se genera una solución al sector productivo desde el diseño avanzado de máquinas o sistemas automatizados de problemáticas industriales del departamento, por el uso de modelos teóricos que permiten analizar el funcionamiento de cualquier proyecto, logrando realizar modificaciones o mejoras sin gastar material o tiempo de manufactura, permitiendo, además, impulsar nuevas iniciativas de investigación y emprendimiento.

#### 4. Discusión

Según el estudio de la influencia de cada parámetro, la investigación destacó que el sistema de suspensión, constituido por todos los elementos que unen los neumáticos al chasis, es el sistema más crítico en el comportamiento del vehículo porque determina las transferencias de cargas durante las diferentes fases del manejo del vehículo.

Su objetivo principal es mantener a las ruedas en contacto permanente con el suelo para permitir la transmisión de las cargas estáticas y dinámicas entre el vehículo y el suelo, asegurando la transmisión del torque del motor hasta el suelo, para generar la aceleración y optimizando la maniobrabilidad en toda situación.

El sistema de suspensión del vehículo es el encargado de mantener las ruedas en contacto con el suelo, absorbiendo las vibraciones, y movimiento provocados por las ruedas en el desplazamiento de vehículo, para que estos golpes no sean transmitidos al bastidor. (Mecánica del Automóvil, s.f., párr. 1).

El mantenimiento del contacto entra las ruedas y el suelo (...) resulta de vital importancia para asegurar la estabilidad del vehículo, por cuanto desplazamientos en esta dirección pueden originar descargas considerables en las ruedas, afectando a la fuerza adherente entre éstas y el suelo. (Rodríguez y Álvarez, 2003, p. 134).

Por lo tanto, es el primer sistema que se debe diseñar. Un buen diseño de la suspensión se traduce por un mejor desempeño y una mejor seguridad del vehículo.

La necesidad de utilizar un sistema de suspensión en un automóvil, se debe a la susceptibilidad o tolerancia humana a la pérdida de confort que producen vibraciones transmitidas al habitáculo, no obstante el principal objetivo por el que se utiliza un sistema de suspensión es por la necesidad de mantener el contacto entre la rueda y la carretera, debido a que el control y la estabilidad del mismo dependen de ello (Rodríguez y Álvarez, 2003).

Las transferencias de cargas transversales en curva determinan el comportamiento de subviraje o sobreviraje de vehículo, la velocidad máxima que se puede permitir y los esfuerzos a través de la suspensión.

El momento de balanceo debido a la aceleración radial en curva sobrecarga las ruedas exteriores y alivia las ruedas interiores. Esta transferencia de cargas se reparte entre el eje delantero y el eje trasero, según la posición del roll center y las rigideces de las suspensiones e influye sobre el comportamiento de subviraje o sobreviraje del vehículo.

Estas cargas determinan en parte el comportamiento del vehículo en curva. Si una de las fuerzas es negativa significa que la rueda correspondiente se podrá levantar durante el viraje.

Las relaciones entre los parámetros establecidos en el modelo, muestran el rol del sistema de dirección para la maniobrabilidad del vehículo. De la geometría de la dirección depende el radio de giro del vehículo y su capacidad a tomar curvas cerradas e influye sobre su comportamiento de subviraje o sobreviraje.

El conjunto de mecanismos que componen el sistema de dirección tiene como objetivo orientar las ruedas delanteras para que el vehículo pueda tomar la trayectoria deseada por el conductor. Para que el conductor no tenga que realizar esfuerzo en la orientación de las ruedas (a estas ruedas se las llama "directrices"); el vehículo dispone de un mecanismo desmultiplicador, en los casos simples (coches antiguos), o de servomecanismo de asistencia. Siendo la dirección uno de los órganos más importantes en el vehículo junto con el sistema de frenos, ya que de estos elementos depende la seguridad de las personas; debe reunir una serie de cualidades que proporcionan al conductor, la seguridad y la comodidad necesaria en la conducción (Núñez, s.f.).

El sistema de frenos del vehículo permite volver al estado de reposo de una manera segura y controlada, y debe proporcionar eficiencia y rendimiento para las condiciones de la pista.

Del modelo se dedujo que lo ideal para un frenado óptimo es que las ruedas delanteras y traseras lleguen a su punto de bloqueo respectivo al mismo tiempo. Al bloquearse las ruedas, las fuerzas de frenado disminuyen y el frenado pierde su eficiencia, por esta razón, el objetivo es llevar a los dos ejes del vehículo al límite del bloqueo de las ruedas al mismo tiempo.

Para lograrlo se necesita balancear el frenado entre el eje delantero y el eje trasero, repartiendo adecuadamente la presión de frenado. Es imposible realizar un balance perfecto en todas las situaciones en las cuales podría encontrarse el vehículo, porque depende de la repartición de masas del vehículo y del coeficiente de fricción entre los neumáticos y el suelo. Sin embargo, gracias al modelo matemático podemos definir un balanceo que sea el mejor posible en las situaciones más frecuentes a las que se va a ver expuesto el vehículo.

El principio de funcionamiento básico en los frenos de un auto es la fricción, que consiste en que cuando un cuerpo entra en contacto con el otro en diferentes direcciones aparece una fuerza llamada fricción, que se opone al movimiento del mismo cuerpo. Esta fuerza depende de dos grandes factores: el área de contacto entre los cuerpos y la fuerza aplicada entre los mismos. En un vehículo, el área de contacto aparece entre los elementos de frenado del carro (área de contacto entre discos y pastillas, y en algunos casos entre bandas y campanas), además del área de contacto entre las llantas y la superficie en la que circula el vehículo (Loaiza, s.f.).

Las observaciones anteriores, como consecuencias de los resultados obtenidos del presente proyecto, podrán ser comprobadas en la siguiente fase mediante la realización de las simulaciones asistidas por computadora de los modelos 3D parametrizados de los elementos y subsistemas mecánicos de transmisión de cargas de los vehículos tipo Fórmula, y posteriormente, mediante la aplicación de estos resultados a un vehículo real, probando su desempeño en pista, midiendo las diferentes variables deducidas del modelo teórico.

#### 5. Conclusiones

Se concluye que el análisis de parámetros físicos mediante modelado matemático asistido por computador, es algo muy necesario para el desarrollo de nuevos productos industriales y sistemas mecánicos y para el caso particular de este proyecto, el modelado teórico de las diferentes variables inherentes de los vehículos tipo Fórmula, permite realizar diferentes pruebas comparativas para identificar cuál sería la configuración óptima según el tipo de carrera, a categoría, el circuito, las condiciones exteriores, las preferencias del piloto y la situación a la que se enfrente. Su utilización en casos reales podrá garantizar que el diseño sea mucho más eficiente, al ser rápidamente adaptable a la configuración que se requiera.

Una de las mayores dificultades encontradas durante el estudio fue la falta de homogeneidad de las normas presentes en las diferentes referencias, en las cuales los símbolos no se encontraban formalmente definidos e incluso, se utilizaban símbolos provenientes de diferentes fuentes en el mismo cálculo. Además, muchas de las referencias consultadas son anglosajonas y utilizan el sistema imperial de unidades. Para asegurar el rigor de un proceso analítico es necesario definir la simbología de las variables utilizada en los análisis y cálculos. Entre las diferentes referencias bibliográficas relacionadas con el tema que se estudie se pueden encontrar nombres y símbolos que varían en función de las preferencias de los autores. Considerando que algunos nombres y símbolos no son normalizados, se recomienda escoger una norma propia que logre unificar las simbologías encontradas durante el estudio. Adicionalmente, para tener coherencia en el modelo, se recomienda usar las unidades del Sistema Internacional.

Realizar un análisis detallado de las variables y usar las herramientas informáticas de modelado al momento de diseñar un producto, permite tomar decisiones de diseños más acertadas, tener una buena idea del comportamiento del futuro producto y, aportarle mejoras antes de realizar el primer prototipo, lo que se traduce en un ahorro de tiempo y recursos y una mejor seguridad en cuanto a la viabilidad y la eficacia del producto. En las últimas etapas del diseño, las simulaciones permitieron validar el diseño antes de su fabricación y evitar resultados inesperados y modificaciones ulteriores.

Es importante precisar que las simulaciones nunca remplazarán la realidad porque siempre existen factores difíciles de prever y calcular que le restan exactitud a la simulación. Para validar un producto siempre será necesario realizar pruebas reales, sobre todo si se trata de elementos de seguridad. Sin embargo, podemos tener un alto porcentaje de precisión y seguridad gracias a la simulación y sin gastar materiales, recursos y en menos tiempo y sin ningún riesgo material y humano.

Se tiene en cuenta que las expectativas al formular y desarrollar esta investigación desde un comienzo, fue que los resultados obtenidos nos puedan permitir a futuro:

 Tomar decisiones de diseño en cuanto a la geometría de la suspensión, la distancia entre ejes, la repartición de masa (estamos limitados por los componentes dentro del carro, especialmente lo eléctrico que es pesado, pero se puede tomar la decisión de poner contrapesos para equilibrar el carro y desplazar el cdg), cuántos cambios y con qué relaciones necesita el vehículo para optimizar su aceleración.

- Optimizar la puesta a punto del vehículo en las presiones de los neumáticos, del líquido de freno, la rigidez de los amortiguadores y la alineación de las llantas.
- Determinar una estrategia óptima de manejo para las carreras, teniendo en cuenta en qué momento el piloto debe pasar los cambios, la velocidad con la cual debe entrar en una curva en función de su radio, a qué distancia tiene que empezar a frenar para entrar en la curva a la velocidad correcta (disminuir las distancias de frenado hace ganar un tiempo valioso), las trayectorias óptimas en función del circuito.

El resultado de esta primera fase de la investigación es un modelo teórico del desempeño dinámico de vehículos tipo Fórmula. Por lo tanto, para validarlo es necesario comprobar los resultados con mediciones en pista con un vehículo de tipo Fórmula real.

#### 6. Conflicto de intereses

Los autores de este artículo declaran no tener ningún tipo de conflicto de intereses sobre el trabajo presentado.

### Referencias

Cariou, A. (2010). Étude cinématique du châssis d'un véhicule de compétition. Conservatoire National des Arts et Métiers, Orléans: HAL.

Correa, J. (2010). *Modelado y Simulación Dinámica de Vehículos de Competición*. Valencia, España: Universidad Politécnica de Valencia.

Fishman, G. (1978). Conceptos y métodos en la simulación digital de eventos discretos. México: Limusa.

Gillespie, T. (1992). Fundamentals of Vehicle Dynamics. Society of Automotive Engineers, Inc.

Jazar, R. (2008). *Vehicle Dynamics: Theory and Application*. New York: Springer.

Loaiza, C. (s.f.). SURA. Recuperado de www. sura.com/blogs/autos/como-funcionan-frenos. aspx#sthash.1MKSN18t.dpuf

- Mecánica del Automóvil. (s.f.) Recuperado de http://www.almuro.net/sitios/Mecanica
- Milliken, W. & Milliken, D. (1995). Race Car Vehicle Dynamics. Society of Automotive Engineers, Inc.
- Núñez, R. (s.f.) Sistemas de un automóvil. Recuperado de http://es.slideshare.net/bogarth07/sistemas-de-un-automovil
- Rill, G. (2004). *Vehicle Dynamics*. Fachhochschule Regensburg.
- Rodríguez, P. y Álvarez, D. (2003). *Investigación de Accidentes de Tráfico. Estudio del Automóvil*. España: Universidad de Oviedo.
- Rubin, H. (s.f.). *Simulación de eventos discretos*. Instituto Tecnológico de Tepic.
- Shannon, R. (1988). Simulación de Sistemas: Diseño, desarrollo e implementación. México: Trillas.
- Staniforth, A. (2006). Competition Car Suspension: A Practical Handbook (4ta. Ed.). Haynes.
- Wong, J. (2001). *Theory of Ground Vehicles*. (3ra. Ed.). John Wiley & Sons, Inc.